

Procenta, úrok

Jedno procento

= = 0,01

**Část celku | \check{c} | v % nebo
v jednotkách jako celek
**Počet procent | P | v %
nebo | p | v desetinné čísle****

**Celek = základ | z |
= 1,00**

$\frac{1}{100} = 0,01$	$\frac{2}{100} = 0,02$	$\frac{3}{100} = 0,03$	$\frac{4}{100} = 0,04$	$\frac{5}{100} = 0,05$	$\frac{6}{100} = 0,06$	$\frac{7}{100} = 0,07$	$\frac{8}{100} = 0,08$	$\frac{9}{100} = 0,09$	$\frac{10}{100} = 0,10$
$\frac{11}{100} = 0,11$	$\frac{12}{100} = 0,12$	$\frac{13}{100} = 0,13$	$\frac{14}{100} = 0,14$	$\frac{15}{100} = 0,15$	$\frac{16}{100} = 0,16$	$\frac{17}{100} = 0,17$	$\frac{18}{100} = 0,18$	$\frac{19}{100} = 0,19$	$\frac{20}{100} = 0,20$
$\frac{21}{100} = 0,21$	$\frac{22}{100} = 0,22$	$\frac{23}{100} = 0,23$	$\frac{24}{100} = 0,24$	$\frac{25}{100} = 0,25$	$\frac{26}{100} = 0,26$	$\frac{27}{100} = 0,27$	$\frac{28}{100} = 0,28$	$\frac{29}{100} = 0,29$	$\frac{30}{100} = 0,30$
$\frac{31}{100} = 0,31$	$\frac{32}{100} = 0,32$	$\frac{33}{100} = 0,33$	$\frac{34}{100} = 0,34$	$\frac{35}{100} = 0,35$	36	37	38	39	40
$\frac{41}{100} = 0,41$	42	43	44	45	46	47	48	49	50
$\frac{51}{100} = 0,51$	52	53	54	55	56	57	58	59	60
$\frac{61}{100} = 0,61$	62	63	64	65	66	67	68	69	70
$\frac{71}{100} = 0,71$	72	73	74	$\frac{75}{100} = 0,75$	76	77	78	79	80
$\frac{81}{100} = 0,81$	82	83	84	85	86	87	88	89	90
$\frac{91}{100} = 0,91$	92	93	94	95	96	97	98	99	$\frac{100}{100} = 1,00$

V praxi jsou tři základní úlohy na procenta, nichž se počítá :

- Procentová část** ze **základu** a z **počtu procent**
- Základ** z dané **procentové části** a z daného **počtu procent**
- Počet procent** z dané **procentové části** a z **daného základu**

Mezi čísly \check{c} , $P \sim p$, z platí základní vztahy
kde P je v % a p je desetinné číslo

$$\check{c} = \frac{P \cdot z}{100} \quad ; \quad \check{c} = p \cdot z$$

$$P = \frac{\check{c}}{z} \cdot 100$$

$$z = \frac{\check{c}}{P} \cdot 100 \quad ; \quad z = \frac{\check{c}}{p}$$

Příklad: A) Při snížení cen byla cena určitého výrobku snížena o 12 % . Kolik činí toto snížení , byla-li původní cena 425 Kč ?

Řešení : původní cena 425 Kč je **základ** , snížení ceny o 12 % je **Počet procent** nebo 0,12 **počet procent v desetinném čísle** , snížení ceny v Kč je **Část celku** kterou vypočítáme ze vztahu

$$\text{bud' : } \check{c} = \frac{P \cdot z}{100} = \frac{425 \cdot 12}{100} = 4,25 \cdot 12 = 51 \text{ Kč}$$

$$\text{nebo : } \check{c} = p \cdot z = 0,12 \cdot 425 = 51 \text{ Kč}$$

Odpověď : Cena byla snížena o 51 Kč, nová cena činila 374 Kč.

B) Cena určitého výrobku byla snížena o 85 Kč . O kolik procent byla snížena, byla-li původní cena výrobku 425 Kč ?

Řešení : původní cena 425 Kč je **základ** , snížení ceny o 85 Kč je **Část celku** ve stejných jednotkách , snížení ceny o **Počet procent** vypočítáme ze vztahu

$$P = \frac{\check{c}}{z} \cdot 100 = \frac{85}{425} \cdot 100 = 20 \%$$

Odpověď : Původní cena byla snížena o 20 % , nová cena činila 80 % původní ceny což je 340 Kč .

C) Cena určitého výrobku byla snížena o 102 Kč, což bylo o 24 % . Jaká byla původní cena výrobku před snížením ?

Řešení : snížení ceny o 102 Kč je **Část celku** ve stejných jednotkách jako celek, 24 % je **Počet procent** nebo 0,24 **počet procent v desetinném čísle**. Původní cena výrobku před snížením je **základ** , který vypočítáme ze vztahu

$$\text{bud' } z = \frac{\check{c}}{P} \cdot 100 = \frac{102}{24} \cdot 100 = 425 \text{ Kč}$$

$$\text{nebo } z = \frac{\check{c}}{p} = \frac{102}{0,24} = 425 \text{ Kč}$$

Zvětšení nebo zmenšení základu o daný počet procent

Základ zvětšíme o P % , když jej vynásobíme zlomkem $\frac{(100 + P)}{100}$ nebo

desetinným číslem $(1 + p)$

Základ zmenšíme o P % , když jej vynásobíme zlomkem $\frac{(100 - P)}{100}$ nebo

desetinným číslem $(1 - p)$

Například: A) Původní cena výrobku ve výši 425 Kč byla **zvýšena** o 20 % . Jaká byla cena výrobku po zvýšení ?

Řešení : původní cena 425 Kč je **Základ**, který zvyšujeme o **P % = 20 %** , proto musíme násobit 425 Kč buď zlomkem $\frac{100 + 20}{100} = \frac{120}{100} \Rightarrow \frac{425 \cdot 120}{100} = 510 \text{ Kč}$
nebo desetin.číslem $(1 + 0,20) = 1,20 \Rightarrow 425 \cdot 1,2 = 510 \text{ Kč}$

Odpověď : Cena výrobku po zvýšení o 20 % činila 510 Kč .

B) Původní cena výrobku ve výši 425 Kč byla **snížena** o 20 % . Jaká byla cena výrobku po snížení ?

Řešení : původní cena 425 Kč je **Základ**, který snižujeme o **P % = 20 %** , proto musíme násobit 425 Kč buď zlomkem $\frac{100 - 20}{100} = \frac{80}{100} \Rightarrow \frac{425 \cdot 80}{100} = 340 \text{ Kč}$
nebo desetin.číslem $(1 - 0,20) = 0,80 \Rightarrow 425 \cdot 0,8 = 340 \text{ Kč}$

Odpověď : Cena výrobku po snížení o 20 % činila 340 Kč .

!!!Příklad : Původní cena výrobku ve výši 425 Kč byla zvýšena o 20 % . Nová cena byla vlivem poklesu cen vstupních surovin snížena o 20 % . Jaká byla konečná cena výrobku ?

Řešení: Nejprve vypočítáme **zvýšení** ceny ze **Základu** 425 :
 $425 \cdot \frac{(100 + 20)}{100} = \frac{425 \cdot 120}{100} = 510 \text{ Kč}$
nebo $425 \cdot (1 + 0,2) = 425 \cdot 1,2 = 510 \text{ Kč}$

Cena po zvýšení ve výši 510 Kč je novým **Základem** pro výpočet

snížení o 20 % : $510 \cdot \frac{(100 - 20)}{100} = \frac{510 \cdot 80}{100} = 408 \text{ Kč}$

nebo

$510 \cdot (1 - 0,20) = 510 \cdot 0,8 = 408 \text{ Kč}$

Závěr : **Nemůžeme sčítat a odčítat procenta z různých základů !** V uvedeném příkladu uvažovat tak, že zvýšení ceny o 20 % a pak snížení o 20 % vrací cenu na původní základ 425 Kč by bylo zcela chybné !!!

Úrok : **Úrok je částka**, která se vypočte **z vloženého obnosu (jistiny)** na základě předem stanoveného počtu procent ; tuto částku vám každý rok připisuje peněžní ústav jako odměnu za to, že může s vašimi penězi hospodařit. **Počet procent**, podle nichž se úrok počítá, **se nazývá úroková míra.**

$$\text{Úrok} = \text{částka} = \text{Část celku}$$

$$\text{Vložený obnos (jistina)} = \text{Základ}$$

$$\text{Úroková míra} = \text{Počet procent v \%} \text{ nebo } p \text{ v desetinném čísle}$$

Jednoduché úrokování : Úrok se počítá za každý rok ze stejné částky, z té která byla vložena .

Složené úrokování : Úrok se počítá za každý rok z částky, která se zvětšila o připsaný úrok.

Příklad : ► Jaký úrok připiše spořitelna panu Novákovi, který si uložil 15 000 Kč na úrokovou míru 3% za tři roky (obnos byl uložen 1. ledna) při :

- jednoduchém úrokování
- složeném úrokování

Řešení : a) při jednoduchém úrokování se úrok za každý rok počítá ze stejné vložené částky , to znamená 3- krát 3 % z 15 000 Kč;

$$3 \cdot \check{c} = 3 \cdot \frac{P \cdot z}{100} = 3 \cdot \frac{3 \cdot 15000}{100} = 3 \cdot 450 = 1\,350 \text{ Kč}$$

nebo $3 \cdot \check{c} = 3 \cdot p \cdot z = 3 \cdot 0,03 \cdot 15\,000 = 0,09 \cdot 15\,000 = 1\,350 \text{ Kč}$

- b) při složeném úrokování se úrok počítá z částky zvětšené o připsaný úrok, to znamená,
- že na konci 1. roku bude mít pan Novák na účtu částku zvýšenou o 3 %

$$15\,000 \cdot \frac{100 + 3}{100} = \frac{15000 \cdot 103}{100} = 15\,000 \cdot 1,03 = 15\,450 \text{ Kč}$$

na konci 2. roku bude mít pan Novák na účtu částku z konce 1. roku zvýšenou o 3 %

$$15\,450 \cdot \frac{100 + 3}{100} = \frac{15450 \cdot 103}{100} = 15\,450 \cdot 1,03 = 15\,913,50 \text{ Kč}$$

na konci 3. roku bude mít pan Novák na účtu částku z konce 2. roku zvýšenou o 3 %

$$15\,913,50 \cdot \frac{100 + 3}{100} = \frac{15913,5 \cdot 103}{100} = 15\,913,5 \cdot 1,03 = 16\,390,90$$

Připsaný úrok za tři roky při složeném úrokování činí rozdíl mezi částkou na konci třetího roku a částkou vloženou na počátku prvního roku , to je :

$$16\,390,90 - 15\,000 = 1\,390,90 \text{ zaokrouhлено } 1\,391 \text{ Kč}$$

Příklad : ► Vklad 15 500 Kč vynesl úrok 250 Kč při úrokové míře 2 % . Jakou dobu byl úrokován ?

Řešení : Za jeden rok vynesl vklad úrok ve výši : $\check{c} = \frac{P \cdot z}{100} = \frac{2 \cdot 15500}{100} = 2 \cdot 155 = 310 \text{ Kč}$

nebo $\check{c} = p \cdot z = 0,02 \cdot 15\,500 = 310 \text{ Kč}$

Při porovnání připsaného úroku 250 Kč a vypočteného ročního úroku 310 Kč je jasné, že vklad byl úrokován tolikrát kratší dobu, kolikrát méně je 250

nežli 310, to je za dobu $\frac{250}{310} = 0,8$ roku .

0,8 roku je $0,8 \cdot 12 = 9,6$ měsíce a 0,6 měsíce je $0,6 \cdot 30 = 18$ dní .

Odpověď : Vklad byl úrokován 9 měsíců 18 dní .

Příklad : ▶ Půjčka 85 000 Kč má být splacena během roku ve stejných měsíčních splátkách. Jaké budou, je-li úroková míra 12 % ?

Řešení : Při půjčování peněz je dlužná částka povýšena o úrok. Zde předpokládáme, se bude jednat o *jednoduché úrokování*, vzhledem k tomu, že dluh má být splacen za jeden rok. Proto celkový dluh bude

$$85\,000 \cdot \frac{(100+12)}{100} = \frac{85000 \cdot 112}{100} = 850 \cdot 112 = 95\,200 \text{ Kč}$$

nebo $85\,000 \cdot (1+0,12) = 85\,000 \cdot 1,12 = 95\,200 \text{ Kč}$

Tento celkový dluh vydělíme počtem měsíců v roce a zjistíme tak výši měsíční splátky

$$95\,200 : 12 = 7\,933,50 \text{ Kč}$$

Odpověď : Měsíční splátky budou ve výši 7 933,50 Kč .

Příklad : ▶ Banka poskytla panu Novákovi úvěr ve výši 120 000 Kč při úrokové míře 15 %, který měl splatit do dvou let ve dvou stejných splátkách vždy na konci roku. Panu Novákovi se však podařilo splatit na konci prvního roku 90 000 Kč. Jakou částku musí zaplatit na konci druhého roku, aby splatil celý svůj dluh ?

Řešení : Před splátkou na konci 1. roku je dluh pana Nováka vyšší o úrok za 1. rok,

to je $120\,000 \cdot \frac{(100+15)}{100} = \frac{120000 \cdot 115}{100} = 1\,200 \cdot 115 = 138\,000 \text{ Kč}$

nebo $120\,000 \cdot (1+0,15) = 120\,000 \cdot 1,15 = 138\,000 \text{ Kč}$

Po odečtení splátky 90 000 Kč výše dluhu na 2. rok činí 48 000 Kč. Tato částka bude zvýšena o úrok za druhý rok, kterou musí pan Novák zaplatit, to je

$$48\,000 \cdot \frac{(100+15)}{100} = \frac{48000 \cdot 115}{100} = 480 \cdot 115 = 55\,200 \text{ Kč}$$

nebo $48\,000 \cdot (1+0,15) = 48\,000 \cdot 1,15 = 55\,200 \text{ Kč}$

Odpověď : Pan Novák musí na konci druhého roku zaplatit splátku ve výši 55 200 Kč .

Promile : je tisícina z daného základu (značí se 1 ‰) . Promile je desetina procenta .

S promile se počítá naprosto stejným způsobem jako s procenty až na to , že základu neodpovídá 100 % ale 1000 ‰ .

Mezi čísla \check{c} , $P \sim p$, z
platí základní vztahy
kde P je v ‰ a p je desetinné číslo

$$1 \text{ ‰} = 10 \text{ ‰}$$

$$\check{c} = \frac{P \cdot z}{1000} \quad ; \quad \check{c} = p \cdot z$$

$$P = \frac{\check{c}}{z} \cdot 1000$$

$$z = \frac{\check{c}}{P} \cdot 1000$$

$$\frac{\check{c}}{p}$$

Ve finanční praxi : Nabídka, jakou můžete obdržet :

Chcete nakupovat výhodně ?
Pořídte si novou úvěrovou kartu .

- ▶ splácíte malé částky (od 200 Kč za zboží v hodnotě do 5 000 Kč)
- ▶ kartou můžete platit i v obchodech označených logem MasterCard
- ▶ hotovost můžete vybírat z bankomatů označených logem MasterCard
- ▶ navíc obdržíte hodnotný dárek - ????????

Výše měsíční splátky

Aktuální výše	od	0	5 001	10 001	20 001	30 001
čerpané splátky	do	5 000	10 000	20 000	30 000	40 000
Výše měsíční splátky		200 Kč	400 Kč	800 Kč	1 200 Kč	1 600 Kč

Měsíční úroková míra

1,74 %

RPSN od 23 %

RPSN (roční procentní sazba nákladů) je číslo, které má umožnit spotřebiteli lépe vyhodnotit výhodnost nebo nevýhodnost poskytovaného úvěru. RPSN udává procentní podíl z dlužné částky, který musí spotřebitel zaplatit za období jednoho roku v souvislosti se splátkami, správou a dalšími výdaji spojenými s čerpáním úvěru.

Poskytovatel spotřebitelského úvěru je v Česku od 1. ledna 2002 ze zákona povinen uvádět u své nabídky i RPSN (tato povinnost je částečně omezena, RPSN se nemusí uvádět např. u úvěrů nižších než 5000 Kč nebo vyšších než 800 000 Kč, u úvěrů splatných nejdéle do tří měsíců apod.). Pokud poskytovatel tuto povinnost nesplní, je jím poskytnutý úvěr automaticky úročen diskontní sazbou ČNB (což je zpravidla pro zákazníka výrazně výhodnější). Obdobnou povinnost mají i poskytovatelé v ostatních zemích EU, vyplývá ze směrnice 98/7/ES.

Účel RPSN

Při uzavírání půjčky je obvykle velmi obtížné porovnat nabídky jednotlivých poskytovatelů pouze podle roční úrokové míry úvěru. Často jsou vyžadovány různé dodatečné platby:

- poplatky za uzavření smlouvy (administrativní poplatky),
- poplatky za správu úvěru,
- poplatky za vedení účtu,
- poplatky za převody peněžních prostředků,
- první navýšená splátka (akontace),
- u leasingu odkupní cena předmětu,
- pojištění schopnosti splácet
- apod.

I úrokové míry bývají uváděny s různým základem (roční, měsíční, týdenní). **RPSN, které zahrnuje všechny platby a je zásadně na roční bázi, tak usnadňuje orientaci při porovnání různých nabídek.**

Z uvedené nabídky je nutné stanovit si , kolik splatíme celkem a za jak dlouho !

Například :

Půjčka 10 000,- Kč ; 1,74 % měsíčně , 800,- Kč splátka na konci měsíce :

Schéma splátek :

po 1. měsíci je dluh $10\,000,- \cdot 1,0174 = 10\,174,- - 800,- = 9\,374,-$

po 2. $9\,374,- \cdot 1,0174 = 9\,537,- - 800,- = 8\,737,-$

po 3. $8\,737,- \cdot 1,0174 = 8\,889,- - 800,- = 8\,089,-$
 po 4. $8\,089,- \cdot 1,0174 = 8\,230,- - 800,- = 7\,430,-$
 po 5. $7\,430,- \cdot 1,0174 = 7\,559,- - 800,- = 6\,759,-$
 po 6. $6\,759,- \cdot 1,0174 = 6\,877,- - 800,- = 6\,077,-$
 po 7. $6\,077,- \cdot 1,0174 = 6\,183,- - 800,- = 5\,383,-$
 po 8. $5\,383,- \cdot 1,0174 = 5\,477,- - 800,- = 4\,677,-$
 po 9. $4\,677,- \cdot 1,0174 = 4\,758,- - 800,- = 3\,958,-$
 po 10. $3\,958,- \cdot 1,0174 = 4\,027,- - 800,- = 3\,227,-$
 po 11. $3\,227,- \cdot 1,0174 = 3\,283,- - 800,- = 2\,483,-$
 po 12. $2\,483,- \cdot 1,0174 = 2\,526,- - 800,- = 1\,726,-$
 po 13. $1\,726,- \cdot 1,0174 = 1\,756,- - 800,- = 956,-$
 po 14. $956,- \cdot 1,0174 = 973,- - 800,- = 173,-$
 po 15. $173,- \cdot 1,0174 = 176,- - 176,- = 0$

14. $800,- = 11\,200,- + 176,- = \underline{11\,376,-}$

nebo podle vzorce :

$$s = \frac{D \cdot \frac{P}{100} \left(1 + \frac{P}{100}\right)^n}{\left(1 + \frac{P}{100}\right)^n - 1}$$

s = výše splátky za jedno období ; D = dluh (úvěr) ; p = úroková míra za jedno období ; n = počet období

$$800 = \frac{10000 \cdot 1,0174^n \cdot 0,0174}{1,0174^n - 1}$$

$$800 \cdot (1,0174^n - 1) = 174 \cdot 1,0174^n$$

$$800 \cdot 1,0174^n - 800 = 174 \cdot 1,0174^n$$

$$800 \cdot 1,0174^n - 174 \cdot 1,0174^n = 800$$

$$1,0174^n \cdot (800 - 174) = 800$$

$$1,0174^n = \frac{800}{626}$$

$$1,0174^n = 1,278 \quad / \log$$

$$\log 1,0174^n = \log 1,278$$

$$n \cdot \log 1,0174 = \log 1,278 \quad \Rightarrow \quad n = \frac{\log 1,278}{\log 1,0174} = 14,22 \text{ měsíců}$$