INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

DIGITÁLNÍ UČEBNÍ MATERIÁL	
Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0763
Název školy	SOUpotravinářské, Jílové u Prahy, Šenflukova 220
Název materiálu	VY_32_INOVACE / Matematika / 03/01 / 17
Autor	Ing. Antonín Kučera
Obor; předmět, ročník	ŠVP *Cukrář-cukrovinkář*; *Kuchař-číšník*; Kuchař-číšník sp. *Kuchař* Matematika, 1. ročník
Tematická oblast	Matematické výrazy
Tematický okruh	Lomené výrazy sčítání, odčítání, násobení,dělení
Datum tvorby	
Anotace	Výukový materiál seznamuje žáky s postupy a pravidly sčítání, odčítání, násobení a dělení lomených výrazů.
Metodický pokyn	Žáci samostatně pracují s poznámkovými pomůckami.
Zdroje	Vlastní zdroje autora

Lomený výraz

Lomený výraz je zlomek.

Zlomek se skládá ze dvou částí. Horní část se nazývá čitatel a spodní jmenovatel.

$$\frac{\text{Čitatel}}{\text{Jmenovatel}}$$

Lomený výraz je zlomek, který má v čitateli i jmenovateli výraz (mnohočlen).

$$\frac{\text{mnohočlen}}{\text{mnohočlen}}$$

Složený zlomek je zlomek, který má v čitateli i ve jmenovateli další zlomek.

$$\cfrac{\cfrac{\text{mnohočlen}}{\text{mnohočlen}}}{\cfrac{\text{mnohočlen}}{\text{mnohočlen}}}$$

Hlavní zlomková čára

Všechna znaménka mezi zlomky (plus, minus, rovná se apod.) se píší zásadně na úrovni zlomkové čáry (hlavní zlomkové čáry).

$$\boxed{+,\ -,\ =}\ \cfrac{\cfrac{\text{mnohočlen}}{\text{mnohočlen}}}{\cfrac{\text{mnohočlen}}{\text{mnohočlen}}}\ \boxed{+,\ -,\ =}$$

U lomených výrazů určujeme vždy podmínky, pro které má lomený výraz smysl!

<u>Jmenovatel nesmí být roven nule, protože nulou nelze dělit!</u>

Sčítání a odčítání lomených výrazů

Při sčítání a odčítání lomených výrazů se postupuje stejně jako u číselných zlomků s konstantami.

Sčítání a odčítání lomených výrazů se stejným jmenovatelem

Lomené výrazy se stejným jmenovatelem sečteme tak, že sečteme výrazy čitatelů

Připomeňme si :
Sčítat a odčítat můžeme jen ty členy výrazů, které se liší pouze konstantou před stejnou proměnnou ve stejné mocnině (proměnná je ve stejném stupni)

Například : ***$2x$ s $3x$; $4x^2$ s $5x^2$; $6x^3$ s $7x^3$; $8ab^2$ s $9ab^2$; $5x^2y$ s $6x^2y$; atd….***

Příklad:

A) *Sečtěte:* $\frac{2x+3}{x+2}+\frac{x^2+3x}{x+2}$

Postup: ***1. Stanovení podmínek:*** *jmenovatel se nesmí rovnat nule, proto* $x+2 \neq 0$

$x \neq -2$

2.Sečteme výrazy čitatelů $\frac{(2x+3)+(x^2+3x)}{x+2}=\frac{2x+3+x^2+3x}{x+2}$

3. Výsledek $\frac{x^2+5x+3}{x+2}$

B) *Odečtěte:* $\frac{2x+3}{x+2}-\frac{x^2+3x}{x+2}$

Postup: ***1. Stanovení podmínek:*** *jmenovatel se nesmí rovnat nule, proto* $x+2 \neq 0$

$x \neq -2$

2. Odečteme výrazy čitatelů *(znaménko mínus před zlomkem mění znaménka v čitateli v opačná)*

$$\frac{(2x+3)-(x^2+3x)}{x+2}=\frac{2x+3-x^2-3x}{x+2}=\frac{-x^2-x+3}{x+2}$$

Sčítání a odčítání lomených výrazů s různými jmenovateli

Postupujeme tak, že :
Nejprve stanovujeme podmínky pro platnost jednotlivých lomených výrazů,
čitatel nesmí být roven nule !
Následuje stanovení společného jmenovatele, to je nejmenšího násobku jmenovatelů

Například $\frac{a+b}{a} - \frac{a}{a-b} + \frac{b^2}{ab-a^2}$

Postup: ***1. Stanovení podmínek:*** ***jmenovatele se nesmí rovnat nule***
proto $a \neq 0$; $a \neq b$
2. Úprava jmenovatele $ab - a^2$ ***na součin :*** $-a(-b+a) = -a(a-b)$
3. Společný jmenovatel (nejmenší společný násobek) výrazů ve jmenovatelích
a ; $a-b$; $ab-a^2$ ***je*** $ab - a^2 = -a(a-b)$

potom

$$\frac{a+b}{a} - \frac{a}{a-b} + \frac{b^2}{ab-a^2} = \frac{-(a+b)(a-b) - a(-a) + b^2}{-a(a-b)} =$$

$$= \frac{-(a^2-b^2) + a^2 + b^2}{-a(a-b)} = \frac{b^2 - a^2 + a^2 + b^2}{ab-a^2} = \frac{2b^2}{ab-a^2}$$

Násobení lomených výrazů

Pro násobení lomených výrazů platí stejné pravidlo jako pro násobení zlomků s číselnými konstantami (reálnými čísly):

„Zlomek násobíme zlomkem tak, že vynásobíme samostatně mezi sebou čitatele a samostatně jmenovatele a výsledný zlomek uvedeme do základního tvaru.“

Jsou-li v lomených výrazech složitější výrazy, čitatele i jmenovatel rozložíme na součin vytýkáním nebo pomocí vzorců, čitatele vykrátíme se jmenovateli a pak vynásobíme mezi sebou samostatně čitatele a samostatně jmenovatele. K tomu stanovíme podmínky platnosti.

Například: $\frac{5a-5b}{4a+4b} \cdot \frac{12a+12b}{20a-20b}$ *upravíme vytýkáním na* $\frac{5(a-b)}{4(a+b)} \cdot \frac{12(a+b)}{20(a-b)}$

vykrátíme $\frac{5\cancel{(a-b)}}{4\cancel{(a+b)}} \cdot \frac{12\cancel{(a+b)}}{20\cancel{(a-b)}} = \frac{5}{4} \cdot \frac{12}{20} = \frac{1}{1} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$

Příklad: $\frac{6+6x}{x^2-1}\cdot\frac{x^3-x}{2x+2}$ *upravíme vytýkáním a podle vzorců na* $\frac{6(1+x)}{(x+1)(x-1)}\cdot\frac{x(x^2-1)}{2(x+1)}$

$= \frac{6(1+x)}{(x+1)(x-1)}\cdot\frac{x(x+1)(x-1)}{2(x+1)}$ *vykrátíme* $\frac{6\cancel{(1+x)}}{\cancel{(x+1)(x-1)}}\cdot\frac{x(x+1)(x-1)}{2\cancel{(x+1)}}$

$= \frac{6x}{2} = 3x$

Dělení lomených výrazů

Pro dělení lomených výrazů platí stejné pravidlo jako pro dělení zlomků s číselnými konstantami (reálnými čísly):

Pro zápis dělení lomených výrazů ve tvaru $\frac{A}{B} : \frac{C}{D}$ ***platí :***

„Zlomek dělíme zlomkem tak, že první zlomek vynásobíme převrácenou hodnotou druhého zlomku a výsledný zlomek násobení uvedeme do základního tvaru.“

Jsou-li v lomených výrazech složitější výrazy, po převrácení hodnoty druhého zlomku, čitatele i jmenovatel rozložíme na součin vytýkáním nebo pomocí vzorců, čitatele vykrátíme se jmenovateli a pak vynásobíme mezi sebou samostatně čitatele a samostatně jmenovatele. K tomu stanovíme podmínky platnosti.

Pro zápis dělení lomených výrazů ve tvaru složeného zlomku $\dfrac{\frac{A}{B}}{\frac{C}{D}}$ ***platí :***

Příklad: $\frac{3+3x}{x^2-1} : \frac{x+1}{x^2-x}$

Řešení : *dělení převedeme na násobení* $\frac{3+3x}{x^2-1}\cdot\frac{x^2-x}{x+1}$

zlomky upravíme rozkladem na soušin pomocí vytýkání a podle vzorců

$\frac{3+3x}{x^2-1} = \frac{3(1+x)}{(x+1).(x-1)}$

$\frac{x^2-x}{x+1} = \frac{x.(x-1)}{x+1}$

Potom $\dfrac{3+3x}{x^2-1} \cdot \dfrac{x^2-x}{x+1} = \dfrac{3(1+x)}{(x+1).(x-1)} \cdot \dfrac{x.(x-1)}{x+1} =$ *vykrátíme*

$$= \frac{3\cancel{(1+x)}}{(x+1).\cancel{(x-1)}} \cdot \frac{x.\cancel{(x-1)}}{\cancel{x+1}} = \frac{3x}{x+1}$$

Je – li zadání ve tvaru $\dfrac{\boxed{\dfrac{3+3x}{x^2-1}}}{\boxed{\dfrac{x+1}{x^2-x}}}$ *platí pro složené zlomky* $\boxed{\dfrac{(3+3x).(x^2-x)}{(x^2-1).(x+1)}}$

Následuje rozklad a krácení podle předchozího postupu.